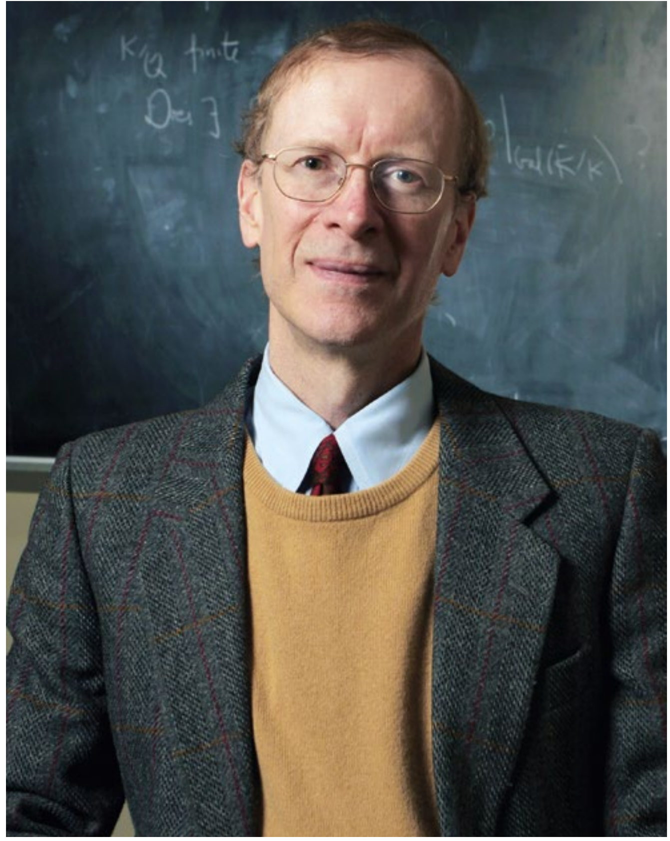
Prof. Dr. Ali Sinan Sertöz

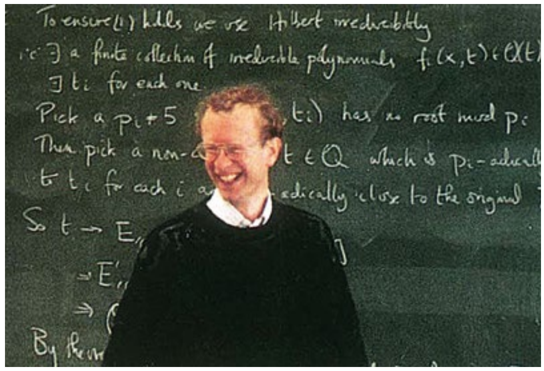
Bilkent Üniversitesi Fen Fakültesi
Matematik Bölümü



ANDREW WILES

BİR DENKLEMİN PEŞİNDE

Hanc marginis exiguitas non caperet.
Yazarının, sayfa kenarında uzun uzun yazacağı kadar boş yer olmamasından yakındığı, Latince bir cümle. Eğer yeteri kadar yer olsaydı oraya ne yazılacaktı?
Matematiğin zaten rengârenk olan dünyası bir de bu sorunun peşinden koşan matematikçilerin oluşturduğu ayrı bir öyküye tanık oldu geçtiğimiz 379 yıl.
"O kitabın sayfalarının kenarına bugün olsa ne yazardık" sorusunun cevabını bulan Andrew Wiles son yirmi yıldır artık mutlu ve huzurlu uyuyor.
Ama bizim hâlâ "1637 yılında olsaydık oraya ne yazardık" sorusuyla uykularımız kaçıyor.
Yüzlerce yıldır süren dram dolu bir maceranın öyküsüdür anlatacağımız.



Andrew Wiles Cambridge'teki tarihi konuşmasını bitirirken. Yıl 1993.

Öykümüze söz konusu kitabı anlatarak başlayalım. *Arithmetica* adını taşıyan bu kitap üçüncü yüzyılda İskenderiye'de yaşayan Yunanlı matematikçi Diophantus'un eseridir. İçinde 130 matematik problemi ve çözümü vardır. Matematiğin bugün sayılar kuramı adını verdiğimiz dalının bu kitapla başladığı kabul edilir. İçindeki problemler genellikle "şu özellikleri sağlayan sayıları bulmak" şeklinde ifade edilmiştir. Diophantus'un sayı derken düşündüğü ya tam sayı ya da rasyonel sayıdır ve hangisini düşündüğünü bazen problemin soruluş şeklinden bazen de çözümü okurken fark edersiniz. Her ne kadar bugün sayılar kuramında Diophant denklemi dendiğinde tam sayı çözüm bekleyen denklemler düşünülse de, Diophant *Arithmetica*'da rasyonel sayıları da düşünmüştür.

Zaten Eski Yunan'da sayı denilince sadece tam sayılar ve onların oranları düşünülürdü. Pythagoras bir eşkenar dik üçgenin hipotenüsünün "sayı" olmadığını gösterince, o çeşit uzunluklara "akıl dışı" yani "irrasyonel" dendi. Bu gelenekten gelen Diophantus'un da kitabında sayı derken aklında ne olduğu bellidir.

Diophantus kitabını muhtemelen papirüs rulolarına yazdı. Birkaç yüzyıl *Arithmetica* papirüs yazarları tarafından çoğaltıldı. Beşinci yüzyılda Mısırlılar bugünkü kitap formatını icat edince kütüphanelerde dünya kadar yer kaplayan papirüsler kitap formatına geçirilip atıldı. O yüzden bugün eski bir papirüs bulursanız bir servet kazanırsınız.

Diophantus'un kitabı da bundan sonra kitap formatında elle çoğaltıldı. *Arithmetica* on üç cilt olarak yazılmıştır. Bugüne yalnız altı cildi kalmıştır. Yakın zamanda İslam bilimleri profesörü Fuat Sezgin, İran'daki bir kütüphanede *Arithmetica*'nın Arapça yazılmış dört yeni cildini daha bulmuştur. Yeni bulunan bu kitaplar henüz tercüme edilmedi, ama Ankaralılar Yenimahalle'deki Fuat Sezgin meydanına gidip bu eski dünyaların rüzgârından esinlenmeyi deneyebilir.

Gelelim *Arthmetica*'nın ikinci kitabındaki 8. probleme. Bu soruda Diophantus "verilen bir sayının karesini başka iki sayının karelerinin toplamı olarak nasıl yazarız" diye sorar. Kısacası dik üçgen teoremiyle ilgili bir sorudur bu.


DIOPHANTI
ALEXANDRINI
ARITHMETICORVM
LIBRI SEX,
ET DE NVMERIS MVLTANGVLIS
LIBER VNVS.
CVM COMMENTARIIS C. G. BACHETI V. C.
& observationibus D. P. de FERMAT Senatoris Tolosani.
Accessit Doctrina Analyticæ inuentum nouum, collectum ex variis eiusdem D. de FERMAT Epistolis.
TOLOSÆ,
Excudebat BERNARDVS BOSC, è Regione Collegii Societatis Iesu.
M. DC. LXX.

Arithmeticorum Liber II. 61

QVÆSTIO VIII.

OBSERVATIO DOMINI PETRI DE FERMAT.

QVÆSTIO IX.

Fermat'nın okuduğu baskıda kitabın kenarına yazdığı not, *Arithmetica*'nın 1670'te yayımlanan bu baskısında metin arasında verilmiş. "OBSERVATIO DOMINI PETRI DE FERMAT" başlığıyla verilen kısa paragrafta Fermat'nın notu okunabilir.

Dik Üçgen Teoremi

Bu teoremi ilk kimin bulduğunu bilemiyoruz. Eski Çin'de, Eski Hint yazılarında ve hatta Babil tabletlerinde dik üçgenlerin kenarları arasındaki bu ilişki açıkça verilmiştir. Eski Mısır uygarlığında bunun bilinmediğini düşünmek mümkün değil. Ama Batılı tarihçiler dik üçgen teoremini bulan kişi olarak Babil'e ve Hindistan'a seyahat ettiği bilinen, Mısır medeniyetinin burnunun dibinde yaşamış olan Pythagoras'ı öne sürer. Üstelik Pythagoras'ın bu konuda yazılı bir eseri yoktur. Kendisine atfedilen ispatı meslektaşı Öklid *Elemanlar* adlı 13 ciltlik eserinin birinci cildinde 47. önerme olarak vermiş ve bir kaynak belirtmemiştir.

Elemanlar'dan altı yüz yıl sonra yazılan *Arithmetica*'da da dik üçgenlerle ilgili bu soru ve cevabı kaynak belirtilmeden verilmiştir. Normal bir insan bu problemi okuyup cevabını anlayınca bir sonraki probleme geçer. Ama tarih uyumsuz insanlar tarafından yazılır.

Pythagoras (MÖ 570 - MÖ 495)

Pierre de Fermat

Fermat, asıl mesleği hukuk olan amatör bir matematikçidir. Otuzlu yaşlarına girerken Toulouse yüksek mahkemesinde hâkim olmuştur. Uzun davalarda sıkıldıkça gömleğinin kollarında matematik problemleri çözdüğü söylenir. Okuduğu kitapları da rahat bırakmaz, fikirlerini sayfaların kenarlarındaki boşluğa yazarmış. Nitekim öldüğünde oğlu babasının gömleklerini temizleyiciden toplayıp üzerlerinde yeni bir matematik buluşu var mı diye bakmış olabilir. Oğlunun matematik dünyasına katkısı babasının okuduğu *Arithematica*'nın Bachet çevirisini, sayfa kenarlarındaki notları da ekleyerek babasının ölümünden sonra 1670 yılında yayımlamasıdır.

Bu yeni baskıdan öğreniyoruz ki Fermat 1637 yılında, dik üçgenlerin kenarları arasındaki ilişkinin anlatıldığı sayfayı okuduktan sonra "bunu pekâlâ anladım, şimdi öbür sayfaya geçeyim" demek yerine "Neden bu adam kenarların karelerini alıp duruyor? Küplerini, dördüncü kuvvetlerini hatta daha yüksek kuvvetlerini alsa kıyamet mi kopar?" diye düşünmüş olmalı ki sayfanın kenarına "Bir küpü iki küpe, bir dördüncü kuvveti iki dördüncü kuvvete ya da genel olarak ikiden büyük herhangi bir kuvveti aynı dereceden ikiye bölmek mümkün değildir. Bunun için harika bir ispat buldum, ama ... " der ve şu tarihi notu düşer:

"Hanc marginis exiguitas non caperet."

Yani "sayfanın kenarındaki boşluk yetersiz".

Ah biz ne çektik ve hâlâ çekiyoruz o boşluğun küçüklüğünden!

Oysa papirüs formatından kitap formatına geçilmeye başlandığında sayfaların kenarlarında cömertçe boşluk bırakma geleneği de başlamıştı. Bir papirüs okuyucusunun okudukları hakkında yapacağı bilimsel yorumları başka bir papirüse yazmak zorunda olması ve sonra bu papirüsleri eşleştirme sorunu, kitap formatında sayfa kenarlarında boşluk bırakılarak kendiliğinden çözülecekti. Ama Fermat'nın ispatının ne kadar yer tutacağını önceden kim ve nasıl bilebilirdi ki!

Fermat'nın sayfa kenarına küçük bir not olarak iliştirdiği ve insanları yüzlerce yıl uğraştıracak iddia şudur. Eğer n ikiden büyük bir tam sayıysa:

$$x^n + y^n = z^n$$

denklemini sağlayacak, sıfırdan büyük x, y ve z tam sayıları bulunamaz.

>>>

Fermat'nın Son Teoremi

Fermat daha sonra başka yazılarında bu probleme dönüp *n=4* için iddiasını kanıtlayan bir ispat vermiştir. Hatta onun bu ispatındaki fikirler kullanılarak dörde bölünebilen her *n* için Fermat'nın iddiasının doğru olduğu gösterilebilir. Fakat Fermat başka hiçbir yerde buradaki iddiasıyla ilgili bir şey yazmamıştır. Buna bakarak, Fermat'nın iddiasını ispatlayacağını düşündüğü yöntemde bir hata gördüğünü ve onu düzeltmeyi beklerken ömrünün bittiğini iddia edenler vardır.

Fermat'nın tüm iddiaları, bu iddia hariç, zaman içinde doğru ya da yanlış olarak bir sonuca bağlanmıştır. Evet, Femat'nın da yanıldığı durumlar olmuştur. Örneğin eğer $m=2^n$ ise, $2^m + 1$ şeklinde yazılan her sayının asal olacağını iddia etmiş ve bunu n=0, 1, 2, 3 ve 4 için göstermişti ve diğer n'ler için de doğrudur deyip noktayı koymuştu. Fermat o kadar saygın bir matematikçiydi ki ölümünden sonra yüz yıl kimse n=5 yazıp denemeyi aklından bile geçirmedi. Bunu ilk deneyen elbette Euler oldu. Gördüğünüz gibi "büyük adamlar" boşuna büyük adam olmuyor! Yüz yıl sonra Euler, Fermat'nın formülünde n=5 yazınca 4.294.967.297 sayısını buldu ve bunun asal olmadığını gördü. Bugün akıllı telefonumuza başvurarak bu sayının çarpanlarını hemen bulabiliriz. Euler bu işi elle yaptı!

Sonunda Fermat'nın sonuca bağlanmamış tek iddiası olarak yukarıdaki iddia kaldı. Her ne kadar bu iddianın bir ispatı o zaman yoktuysa ve ispatlanmamış hiçbir iddiaya teorem denemezse de, Fermat'ya duyulan saygıdan dolayı bu iddia Fermat'nın Son Teoremi olarak adlandırıldı ve kısaltılmış hali olan FST her matematikçinin yüreğini hoplatan bir terim olarak yüzlerce yıl binlerce kitapta ve makalede tekrarlandı durdu.

Pierre de Fermat

Diophantus'un *Arithmetica*'sının ikinci kitabının 8. problemine not bırakan tek kişi Fermat değildir. On dördüncü yüzyılın sonlarında yaşayan Bizanslı rahip ve matematikçi John Chortasmenus, bu problemlerin zorluğuna sinirlenip "Allah belanı versin Diophantus!" diye yazmaktan kendini alıkoyamamıştı.

Herkes Anlar Ama Herkes Yapabilir mi?

FST ortaokulu bitiren herkesin rahatlıkla anlayacağı ve lise bitirmiş herkesin "Ben yaparım bunu yahu!" dediği bir ifadedir. Üstelik bu ifadeyi ortaya atan kişinin profesyonel bir matematikçi bile olmayışı meydanın bilen bilmeyen herkese açık olduğunun bir göstergesidir. O meydana kimler çıkmadı ki!

Matematik tarihinde üzerinde en çok uğraşılıp da en çok yanlış ispatın yapıldığı başka bir problem yoktur. Üstelik Fermat'nın amatör bir matematikçi olmasını "bilgisiz" olduğu şeklinde yorumlayan, matematik bilgisi yetersiz binlerce meraklı hevesle o meydana çıktı.

Fermat'nın doğum yeri olan Beaumont-de-Lomagne'da adına yapılan anıt

Profesyonel, Amatör ve "Acemi"

Kimlere profesyonel deneceği konusunda bir fikir ayrılığı yoktur sanırım. Peki, amatör olmak ne demektir? Elbette bir konuya meraklı olup kör cahil olmak sizi amatör seviyesine çıkarmaz. Amatör demek o işi profesyonel olarak yapmayan ama profesyonellerin ne yaptığını takip eden, hatta o alana ciddi katkılar yapabilen kişi demektir. Bir amatör, tıpkı bir profesyonel gibi, aslında çok az şey bildiğini, durmadan yeni şeyler öğrenmesi gerektiğini bilir. Bir amatör, tıpkı bir profesyonel gibi, problemlerin sadece zekâ ile çözülemeyeceğini, yeni bilgiler olmadan ilerlenemeyeceğini bilir.

Bir amatör tarihte gelmiş geçmiş zeki insanların kapasitelerinin farkındadır. Onların sahip olduğu bilgilerden başka bir bilgi kullanmadan ama onlardan daha fazla zekâ kullanarak bir problemi çözmenin mümkün olup olmayacağı sorusunu kendisine sormaz bile. Nerede kalmış bunu iddia etmek. Oysa tarih boyunca FST için Fermat döneminde var olan bilgileri, yani lise bilgilerini ve kendi zekâlarını kullanarak bu probleme bir çözüm getirdiğini iddia eden ve "Ben de amatör matematikçiyim" diyen binlerce kişi oldu. Biz bu yazıda onlardan kibarca acemi diye söz edelim.

Modular elliptic curves and Fermat's Last Theorem

By ANDREW WILES*

For Nada, Clare, Kate and Olivia

Cubum autem in duos cubos, aut quadratoquadratum in duos quadratoquadratos, et generaliter nullam in infinitum ultra quadratum potestatem in duos ejusdem nominis fas est dividere: cujus rei demonstrationem mirabilem sane detexi. Hanc marginis exiguitas non caperet.

Pierre de Fermat

Introduction

An elliptic curve over $\mathbf{Q}$ is said to be modular if it has a finite covering by a modular curve of the form $X_0(N)$. Any such elliptic curve has the property that its Hasse-Weil zeta function has an analytic continuation and satisfies a functional equation of the standard type. If an elliptic curve over $\mathbf{Q}$ with a given j-invariant is modular then it is easy to see that all elliptic curves with

Andrew Wiles'ın FST'yi ispatladığı tarihi makale.
Girişteki Latince paragraf Fermat'nın Arithmetica kopyasına yazdığı kenar notu.
Bu makalenin 109 sayfa olduğuna dikkat edin.

ABD'li matematikçi Dudley Underwood *Mathematical Cranks* adlı kitabında acemilerle olan maceralarını ballandırarak anlatır. Bu maceralardan ben de nasibimi bolca aldım.

Yeni Gelenin Kaderi

Acemilerin FST ispatları genellikle bir defter sayfasının yarısını geçmez. Yüzlerce yıl amatör ve profesyonel matematikçilerin tüm bilgi ve emekleriyle çözemediği bir problemi kendi üstün zekâlarıyla şıpın işi çözdüklerine inanırlar. Çözümü yazdıkları kâğıdı önce notere onaylatırlar. Her sayfanın altına adlarını yazar ve imza atarlar. Her yere daire içine yazılmış bir C harfi iliştirirler. Belki anlamazsınız diye yanına "Copyright" yazarlar.

Böyle yarım sayfalık bir FST çözümü bana TÜBİTAK'ın Gebze'deki araştırma merkezinde işe yeni başladığım bir dönemde geldi. "Sen yenisin, buna sen cevap ver" dediler. Ben de oturdum kibar bir mektup yazıp kâğıda dökülmüş olan ifadelerin FST için bir çözüm oluşturmadığını anlattım.

Bu yarım sayfa çözümün sahibi benim cevabıma çok sinirlenip dönemin cumhurbaşkanına şikâyet mektubu yazmış. "Ben burada Türkiye'ye gurur getirecek bir buluş yapıyorum, ilgilenmiyorlar" demiş. Cumhurbaşkanı ilgilenilmesi için YÖK'e göndermiş. YÖK ilgilenilmesi için üniversite rektörlerine göndermiş. Rektörler de ilgilenilmesi için matematik bölümü başkanlarına göndermiş. O sıralar ben de Gebze'den ayrılıp üniversiteye yeni geçmiştim. Bir gün bölüm başkanı elinde bir mektupla geldi. "Sen yenisin, buna sen cevap ver" dedi.

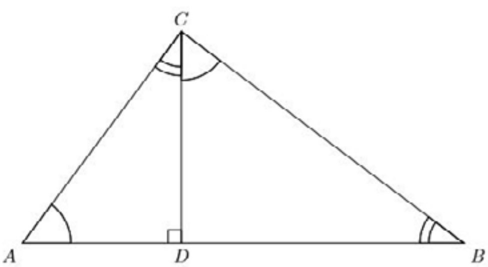
Bilim ve Teknik'te Fermat

Andrew Wiles'ın Cambridge konuşmasının hemen ardından o dönem TÜBİTAK başkanı olan Tosun Terzioğlu bu haberi *Bilim ve Teknik* okuyucularına derginin 309. sayısında hemen duyurur. Ortalık yatıştıktan sonra da 1997 yılında derginin 355. sayısında, öğrencim olduğunu gururla ekleyeceğim Han Nazmi Özsöylev sadece iki sayfa içinde Fermat'nın ispatının anlaşılabilir ayrıntılarını büyük bir ustalıkla anlatır.

Ve elbette *Bilim ve Teknik* dergisi de yanlış ispatlardan nasibini alır. Derginin 451. sayısında 80. sayfada bir okuyucu mektubu yayımlanır. Bu mektupta okuyucu kısa bir paragraf içinde FST ispatı vermekte ve bunun değerlendirilmesini istemektedir. İspatta büyük bir hata vardır ama mektuba cevap veren kişi çok kibar bir şekilde, bu hatayı görmezden gelsek bile devamında FST'nin ispatının çıkmadığını açıklar.

Dergiye abone olursanız tüm bu eski sayıları arşivden okuyabileceğinizi hatırlatıp hikâyemize bıraktığımız yerden devam edelim.

Fermat'nın meşhur iddiasına ilham veren dik üçgen teoreminin kısa bir ispatı:



C köşesi dik olan ABC üçgeninde $AC^2 + BC^2 = AB^2$ olduğunu göstermek istiyoruz.

ADC ve ACB üçgenleri benzer olduğundan, önce $\frac{AD}{AC} = \frac{AC}{AB}$ bulur, buradan da $AD = \frac{AC^2}{AB}$ buluruz.

Aynı şekilde BDC üçgeniyle BCA üçgenlerinin benzer oluşundan $DB = \frac{BC^2}{AB}$ buluruz.

$AD + DB = AB$ olduğundan, yukarda bulduğumuz AD ve BD değerlerini yerine koyar ve her iki tarafı AB ile çarparsak göstermek istediğimiz eşitliği buluruz.

Fermat'nın ilk düşündüğü muhtemelen şudur: Eğer n ikiden büyük bir tam sayıysa, $AC^n + BC^n = AB^n$ eşitliğini sağlayacak ve kenarları tam sayı uzunlukta olan hiç bir ABC üçgeni, dik veya değil, bulunamaz.

Daha sonra bu uzunlukları bir üçgenden alma şartını dahi kaldırabileceğini düşünmüştür. O durumda **FST şu hali alır:**

x, y, z, n tam sayı ve $n > 2$ ise, $x^n + y^n = z^n$ eşitliğini sağlıyorlarsa $xyz = 0$ olur.

Sadece Zekâ Niye Yetmiyor

Fermat'nın iddiasının matematik dünyasına tanıtıldığı 1670 yılından sonra pek çok saygın profesyonel matematikçi, amatör matematikçi ve acemi bu problemle şu veya bu şekilde uğraştı. Bugün FST için hâlâ zekâ gücü ve lise bilgisiyle çözüm üretmeye çalışanlara kısa bir liste vermek isterim: Pascal, Newton, tüm Bernoulli ailesi, Euler, Lagrange, Laplace, Fourier, hatta Gauss ve Riemann, Cauchy, Poincare ve Hilbert. Bu isimler arasında takdir ettiğiniz ve "benim kadar zeki olabilir" dediğiniz bir isim mutlaka vardır. O kişi sizin lise bilgilerinize ve daha fazlasına sahipti ve bu problemi çözemedi. Demek ki onlardan daha zeki olmak değil, onların bilmediği bir şeyi bilmek gerekiyor onların çözemediği FST'yi çözebilmek için.

Gelelim Ciddi Denemelere

Yirminci yüzyıla kadar olan FST çalışmaları problemi çözme yönünde başarısız kalsalar da matematiğe yepyeni kavramlar ve teknikler kazandırılması yönünde başarılı oldular. Bu iki yüzyıl boyunca FST kendisini yakalamaya çalışanlara kuyruğunu bırakıp kendi kaçan bir kertenkele gibi davrandı. FST ile uğraşanlar eli boş dönmediler, ama ellerindeki umdukları değildi.19. yüzyılda FST ile uğraşırken en fazla yan ürün elde edenlerden biri de Ernst Eduard Kummer'dir. Örneğin bugün matematiğin vazgeçilmez kavramlarından biri olan idealler kuramı onun sonuçsuz kalan FST çözümü denemelerinden birinin yan ürünüdür. Kummer'in on üç çocuğu olduğunu da hatırlarsak, verimliliğine şaşmayız.

On dokuzuncu yüzyılın sonlarına doğru artık FST çok naz âşık usandırır misali gözden düşmek üzereydi. Ama iyileşecek hastanın doktor ayağına gelirmiş. O doktor Paul Friedrich Wolfskehl adlı zengin bir Alman amatör matematikçiydi. Sonu istediği gibi bitmeyen bir gönül macerasından sonra artık daha fazla yaşamanın bir anlamı olmayacağını düşündü. Biraz matematiğe bulaşmış olduğu için intiharını planladı. Tüm dünyevi işlerini bir düzene sokmak, yalnız kalmak ve kendini öldürmek için bir zaman cetveli hazırladı. Her şey planlandığı gibi gitti. İntiharına birkaç saat kala tüm işlerini tamamlamıştı ve planladığı son için hazırdı. Kalan vaktini geçirmek için Ernst Eduard Kummer'in FST hakkında yazdığı bir makaleyi eline aldı ve okumaya başladı. Derken makalede bir hata gördü. Bu hata üzerine biraz düşündü, uğraştı ve hatanın nasıl düzeltileceğini buldu, bir kenara yazdı. Fakat o da ne! İntihar saatini kaçırmıştı. Böyle bir disiplinsizliği kabul edemezdi. Derhal zaten bozulmuş olan intihar planını iptal etti. Ölümünden sonraki yüz yıl içinde FST'yi çözen kişiye verilmek üzere büyük bir ödül tesis etti. 1906 yılında öldüğünde milyon dolar düzeyinde olan bu ödül Almanya'nın geçirdiği iki Dünya Savaşı ve ekonomik krizler nedeniyle epey azaldı. 1997 yılında Andrew Wiles bu ödülü aldığında miktar sadece 50.000 Amerikan dolarıydı.

Ernst Eduard Kummer

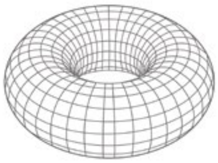
FST'nin Altın Yüzyılı

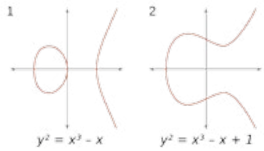
Yirminci yüzyılda FST ile ilgili çalışmalar biraz da Wolfskehl Ödülü nedeniyle tüm canlılığıyla sürüyordu. Fakat matematiğin içinde olanlar artık bu problemin zekâ ile değil, Fermat'nın zamanında olmayan yeni tekniklerle çözülebileceğini düşünmeye başlamıştı. Ben de öğrenciyken her öğrendiğim yeni tekniği önce FST'ye sonra da tez problemime uygulamaya çalışırdım. Tez problemim dayanamadı çözüldü, ama FST dayandı!

Paul Wolfskehl

Aranan yeni fikir ve teknik 1950'li yıllarda geldi. Yutaka Taniyama matematiğin tamamen farklı görünen bazı dalları arasında bir bağ olduğunu söylemeye başladı arkadaşlarına. En yakınındaki matematikçi Goro Shimura böyle uçuk sözlere hemen kanmayan, her şeyi dikkatli bir şekilde yazmaya önem veren biriydi.

Beraberce yanıla düzele bir iddia ortaya attılar. Taniyama-Shimura sanısı adını alan bu çılgın fikir sayılar kuramı, cebirsel geometri, topoloji ve karmaşık analizi birbirine bağlıyordu.





Bir defter sayfasının karşılıklı uzun kenarlarını birbirine yapıştırın, sonra da açıkta kalan yuvarlak uçları birbirine yapıştırın. Kâğıt yırtılmaz da esnerse bir cankurtaran simidi elde edersiniz. Bu kesme ve yapıştırmaya bazı makul şartlar eklerseniz epey değişik yüzeyler elde edersiniz. Şekilleri simide benzer yüzeylerin çoğu da bu yöntemle elde edilebilir. Taniyama ve Shimura'nın dedikleri ise şekli simide benzer her yüzeyin böyle elde edileceğiydi. Bunu söylediklerinde nasıl ispat edileceği ya da iddianın nasıl çürütüleceği hakkında kimsenin bir fikri yoktu. Taniyama-Shimura sanısı çılgın ve uçuk bir iddia olarak başladı. Gerçek hayatta bir işe yaraması (henüz) beklenmiyordu, ama bari kuramsal matematik dünyasında ilginç olmaktan öte bir değeri olsaydı. Görünürde o ihtimal bile yoktu.

Bu arada 1958 yılında Yutaka Taniyama arkasında gizemli bir mektup bırakarak 31 yaşında intihar etti. Geleceğe ve kendisine olan inancını yitirdiğini ve yorgun olduğunu yazmıştı. "Ölümüm bazılarına üzücü gelebilir, ama lütfen bunu atlatın" diye yazmıştı. Bir ay sonra nişanlısı yine arkasında bir mektup bırakarak intihar etti. "Birbirimizden ayrılmayacağımıza söz vermiştik. Yanına gitmem en doğrusu olur" diye yazmıştı mektubunda.

Taniyama'nın ardından arkadaşı Shimura şunları söyledi:

"Yutaka dikkatsiz bir matematikçiydi. Çok sık hata yapardı. Ama hataları hep doğru yönde olurdu. Ben de zaman zaman onu taklit etmeye çalışırım. Ama doğru hatalar yapmak çok zor."

1975 yılında, tüm hayatı boyunca FST ile ilgili işler yapmış olan bir Fransız matematikçi Yves Hellegouarch, eğer Fermat yanıldıysa ve gerçekten $a^n+b^n=c^n$ denklemini sağlayan *a, b, c, n* pozitif tam sayıları varsa ve *n* ikiden büyükse, o zaman $y^2=x\ (x - a^n)\ (x - c^n)$ denkleminin çözümlerine bakayım, dedi. Bu denklemin çözümleri simit şeklinde yüzeyler verir. Tanıdık geldi mi? Hellegouarch bu çözümün pek çok özelliğini bulduysa da vermeyince Mabud neylesin Mahmud misali elindeki cevherin değerini takdir edemedi.

1985 yılında Gerhard Frey bu denklemin çözümlerinin Taniyama-Shimura sanısı için karşı-örnek oluşturacağını fark etti. Yani bu çözümü veren yüzey yukarıda anlatılan kes-yapıştır yöntemiyle elde edilemeyen bir *simit* olacaktı. Oysa eğer Taniyama ve Shimura haklıysa, tüm bu çeşit çözümler kes-yapıştır yöntemiyle elde edilebilecek ve $y^2=x\ (x - a^n)\ (x - c^n)$ denklemi bir çözüm vermeyecek, yani böyle *a, b, c* sayıları olamayacaktı. Özetle Frey diyordu ki eğer Taniyama-Shimura sanısı doğruysa FST doğrudur. Bu elbette bir sansasyon doğurdu. Bir de Frey'in makalesinde bir hata olmasaydı!

Yirminci yüzyıl matematiğinin her dalında parmağı olan Jean-Pierre Serre bu konuya da el attı ve Frey'in doğru ispatını veremediği iddiasını "neredeyse" ispat etti. Kalan kısmını da Kenneth Alan Ribet tamamladı. Yıl 1986 olmuştu. Wolfskehl Ödülü'nün süresinin dolmasına 21 yıl kalmıştı.

Yutaka Taniyama (1927-1958)

Jean-Pierre Serre 1954 yılında Fields Madalyası'nı alırken, sol başta. O sırada 27 yaşındadır ve bu madalyayı bugüne kadar en genç yaşta alan matematikçi unvanını hâlâ korumaktadır. Serre şimdi 90 yaşında.

Goro Shimura'nın Taniyama ile çalıştığı yıllarda çekilen bir resmi. Şimdi 86 yaşında. Ortak sanılarının ispatlandığı haberini getirenlere verdiği cevap: "Demiştim ben size."

Gerhard Frey

Kenneth Ribet. Andrew Wiles'ın FST üzerine çalışmaya başlaması onun Taniyama-Shimura sanısıyla FST arasındaki son bağı ispatlaması sayesinde oldu.

have to be modular, and this is accomplished by Theorem 0.4. We have then (finally!):

THEOREM 0.5. *Suppose that* $u^p + v^p + w^p = 0$ *with* $u, v, w \in \mathbf{Q}$ *and* $p \geq 3$, *then* $uvw = 0$.

Andrew Wiles'ın FST'yi ispat ettiği makalede FST (nihayet!) Theorem 0.5 olarak yerini buluyor.

Nihayet Andrew Wiles

O sıralar Princeton'da olan Andrew Wiles yaptığı çalışmalarla matematik dünyasında haklı bir saygınlığı olan, ama henüz sayılar kuramı dünyası dışında kimsenin tanımadığı "sıradan" bir matematikçiydi. Ribet'in ispatını duyunca artık zamanın geldiğine karar verdi.

Ne üzerine çalıştığını karısından başka kimseye söylemeden yedi yıl sürecek ve tek başına gece gündüz çalışacağı bir döneme girdi. Taniyama-Shimura sanısının FST için yeterli olacak kısmını ayıklayıp sadece o kısmı ispat etmeye çalışıyordu.

Bir matematik araştırması nasıl sürer? Andrew Wiles'ın ağzından öğrenelim:

"Karanlık bir odaya girersiniz. Hiçbir şey görünmez. Amacınız odada hangi eşyalar olduğunu ve nerede olduklarını öğrenmektir. Önceleri yürürken diziniz bir şeye çarpar, canınız yanar, orada bir sehpa olduğunu tahmin edersiniz. Böyle böyle eşyaların yerleri ve cinsleri hakkında kısmi izlenimler elde edersiniz. Aradan aylar geçer. Altı ay kadar sonra bir gün elektrik düğmesinin yerini bulursunuz. Düğmeye basarsınız ve her şey aydınlanır."

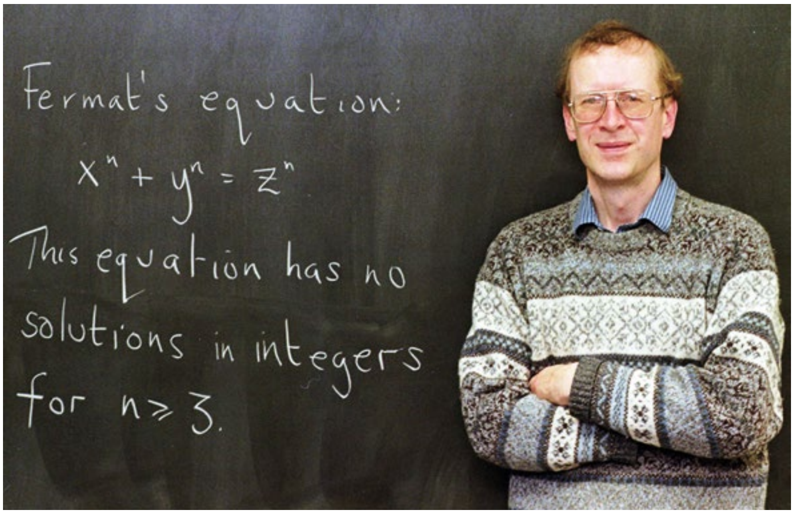
Andrew Wiles 21 Haziran 1993 günü Cambridge Üniversitesi'ndeki Isaac Newton Matematiksel Bilimler Enstitüsü'nde üç gün sürecek bir seminere başladı. Konuşmasının başlığı ve içeriği kendi uzmanlık alanına yakın konulardı. Ama havada olağan dışı bir şeyler olacağına dair bir elektrik vardı. Seminere katılanların sayısı her gün arttı. Son gün konuşmaya gelenler tarihi bir ana tanıklık edeceklerini hissetmiş olacaklar ki fotoğraf makineleriyle geldiler. Konuşmanın sonunda Wiles, Taniyama-Shimura sanısının gerekli yerlerini kanıtladığını ve bunun da FST'yi çözdüğünü söyledi ve "sanıyorum burada duracağım" dedi.

O sıralar TÜBİTAK başkanı bir matematikçiydi ve biz de bundan istifade o hafta sonu için Antalya'da bir Cebirsel Geometri Yaz Okulu planlamıştık. Bunun için TÜBİTAK'tan para isterken doldurmamız gereken resmi formlarda "bu okulun amacı nedir" diye soran yerlere "gelecekte FST'yi çözecek Türk öğrencileri yetiştirmek" diye yazmıştık. Çarşamba akşamı ofisten çıkıp Antalya'ya gitmeden önce son kez e-postamı kontrol ettiğimde Andrew Wiles'ın FST'yi çözdüğü haberini okudum. Çok sevimsiz bir yaz okulu olmuştu.

FST'nin Laneti Devam Ediyor

Fakat gelenek bozulmadı. Andrew Wiles'ın ispatında da hata çıktı. Bir dergiye gönderilen bir makale normalde bir veya iki hakeme gönderilir. İşgüzar dergiler üç hakeme gönderirler, bakın ne çok çalışıyoruz demek için. Andrew Wiles'ın makalesi tarihi önemi nedeniyle altı hakeme gönderildi ve bir hata bulundu.

Matematik dünyasının en prestijli ödülü olan Fields Madalyası'nı kazananlar ödülün verileceği yılın 1 Ocak'ında 40 yaşının altında olan matematikçiler arasından seçilir. FST'yi çözmek elbette doğrudan bir Fields Madalyası hak eder. Andrew Wiles 11 Nisan 1953 doğumlu olduğu ve her dört yılda bir verilen ödül de 1994 yılında verileceği için yaş sınırını kıl payı kaçırıyordu ama belki ispatı yaptığında 40 yaşının altında oluşuna bakarak onun için bir *iyilik* düşünebilirlerdi. Fakat FST de tam olmamıştı ki.



Kurtarma Operasyonu

Bundan sonra Andrew Wiles yanına eski öğrencisi Robert Taylor'ı alarak tüm matematik dünyasının sabırsız bakışları altında ispatını kurtarma çalışmasına girdi. Çok yakın bir iki arkadaşı ve öğrencisi Taylor'dan başka kimseyle konuşmadı. İspatı kurtarma operasyonunun nasıl gittiğini gün be gün arkadaşları "Bugün Andrew nasıldı, gülümsüyor muydu?" sorularının cevaplarında aradı. Bu arada 1994 yazında Fields Madalyaları genç sahiplerini buldu. Andrew Wiles ise ispatı üzerinde çalışmaya aralıksız devam ediyordu.

19 Eylül 1994 Pazartesi sabahı bir yıldır her gün olduğu gibi Andrew Wiles yine masasının başına oturdu ve o efsanevi ilham perisi, acımış olacak ki, nihayet çıkageldi. Andrew Wiles ispatını nasıl kurtaracağını bulmuştu. Çözümü kâğıda yazdı, hakikaten doğru mu diye tekrar tekrar baktı. Kalktı dışarı çıktı. Binanın etrafında birkaç tur attı geldi. İspat hâlâ orada mı diye baktı. Oradaydı.

Daha sonra Simon Singh'in BBC için yaptığı *Horizons* belgeselinin girişinde Andrew Wiles o anı şöyle anlatmaya çalışır:

"O sabah bu masada oturmuştum. Birden bire hiç beklenmedik bir şekilde ilham geldi. *[Boğazı düğümlenmiştir. Bir süre sessiz durur. Kendini toparlamaya çalışır. Elleri titremektedir. Yine de devam etmeye karar verir.]* Hayatımın en önemli anıydı. *[Bu cümleyi kekeleyerek zor bitirir. Elleri daha çok titremektedir. Uzun bir sessizlik olur. Devam etmeye çalışır]* Bundan sonra yapacağım hiç bir iş *[cümlesini bitiremez]* özür dilerim *[kafasını çevirir ve ağlar.]*"

Macellan'ın 28 Kasım 1520'de gemisinin pruvasında Pasifik'i gördüğü zaman döktüğü göz yaşlarıdır bunlar.

Mutlu Son

Andrew Wiles'ın FST ispatı matematik dünyasının en prestijli dergilerinden *Annals of Mathematics* dergisinde 1995 yılında yayımlandı. Kullanılan teknikler tamamen yirminci yüzyılın ikinci yarısında keşfedilen tekniklerdi. Fermat'nın bu bilgilere sahip olması imkânsızdı. Her ne kadar profesyonel ve amatör matematikçiler Fermat'nın, o hepimize sık sık gelen yalancı "buldum" duygusuna kapılıp o sözleri yazdığını düşünse de acemileri ikna etmek mümkün değil. Onlar Fermat'nın aklında olduğuna inandıkları ispatı aramaktan vaz geçmeyecek.

Andrew Wiles'a Dünya Matematikçiler Birliği tarafından 1998'de Berlin'de verilen gümüş plaket. Üzerindeki Latince sözler Fermat'nın 1637'de Arithmetica'nın bir sayfasının kenarına yazdığı sözden alıntı.

Andrew Wiles Fields Madalyası'nı kıl payı kaçırdı ama bir sonraki Dünya Matematikçiler Kongresi'nde onun için bir ayrıcalık yapılıp sadece onun için hazırlanmış olan bir gümüş plaket aldı.

Andrew Wiles 1995 yılından sonra beklenenin aksine hâlâ aktif olarak araştırma yapıyor. Sık sık bir bahane uydurup ona ödül veren ülke ve kurumlar çıkıyor, o da bu ödülleri kabul ediyor. Yirmi yıl önce olmuş bir olayı bugün yeniden gündeme getirip anlatmamızın nedeni de Andrew Wiles'ın bu yılın başında Norveç Akademisi'nin verdiği hem prestiji hem de para ödülü yüksek olan Abel Ödülü'nü almış olmasıdır.

Peki Norveçliler niye bu ödülü yirmi yıl önce yapılan bir çalışmaya veriyor? Çünkü bir ödülü önemli kılan iki öge vardır. Birincisi elbette parası, ikincisi ve daha önemlisi ise o ödülü daha önce kimlerin aldığıdır. Adınızı o listedekilerin arasında görmek size gurur verecekse o ödül önemli demektir. Norveçliler de yeni kurdukları bu ödülün önemsenmesi için matematik dünyasının yıldızlarına teker teker ödül veriyor. Andrew Wiles'ın yirmi yıl sonra tekrar gündeme gelmesi bundan.

Öte yandan üç yüz elli yıl kimsenin çözemediği bir problemi çözen birisinin de yirmi yıl "saltanatı" olmasını yadırgamamak ve hatta kıskanmamak gerekir.

Yazımızı acemilere bir not ile bitirelim: FST çözümlerinizi bana göndermeyin!

Kaynaklar

- Wikipedia'nın ilgili başlıkları
- BBC Horizon-Fermat's Last Theorem, Belgesel, Yönetmen: Simon Singh, http://www.dailymotion.com/video/x3wrbsb_1996-bbc-horizon-fermat-s-last-theorem_tv
- Singh, S., Fermat's Last Theorem, Fourth Estate Ltd, 1997.
- Wiles, A., "Modular elliptic curves and Fermat's last theorem", *Annals of Mathematics*, Cilt 141, Sayı 3, s. 443–551, 1995.
- Schappacher, N., *Diophantus of Alexandria: a text and its history*, 2005, http://www-irma.u-strasbg.fr/~schappa/NSch/Publications_files/1998cBis_Dioph.pdf
- Heath, T. L., *Diophantus of Alexandria; a study in the history of Greek algebra*, Cambridge University Press, 1910.
- Sertöz, S., *Matematiğin Aydınlık Dünyası*, TÜBİTAK Yayınları, 1996.
- Terzioğlu, T., "Fermat'nın Son Teoremi", *Bilim ve Teknik*, Sayı 309, s. 574-575, Ağustos 1993.
- Özsöylev, H. N., "Küçük bir not: Fermat'nın Son Teoremi", *Bilim ve Teknik*, Sayı 355, s. 102-103, Haziran 1997.